تحلیل دینامیکی سازه‌ها

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M]\{r\}\ddot{U}_g$$

روش‌های تحلیل دینامیکی سازه‌ها
- روش‌های عددی
- روش مودال

۱- روش مودال:

$$\{U\} = \sum \{\phi\}_n q_n(t)$$

$$\rightarrow \quad M_n \ddot{q}_n(t) + C_n \dot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = -L_n \ddot{U}_g(t)$$

$$M_n = \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}$$

$$K_n = \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}$$

$$L_n = \{\phi_n\}^T [M] \{r\}$$

$$\rightarrow \quad \ddot{q}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = -\frac{L_n}{M_n} \ddot{U}_g(t)$$

۲-

$$f_n(t) = [K]\{u_n\} = [K]\{\phi_n\} q_n(t)$$

$$\therefore f_n(t) = \omega_n^2 [M]\{\phi_n\} q_n(t)$$

۳- برش پایه =

$$V_b = \omega_n^2 \{r\}^T [M] \{\phi_n\} q_n(t)$$

$$= \omega_n^2 \left(\{\phi_n\}^T [M] \{r\}^T\right) q_n(t)$$

$$V_b = \omega_n^2 L_n q_n(t)$$

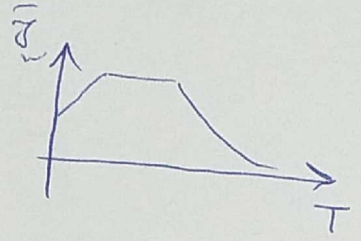
روش اول:

$$\ddot{y} + 2\xi\omega\dot{y} + y = -\ddot{y}_g$$

بدست آوردن ω ها

$$\ddot{y}_{max} = D$$

$$\bar{y}_{max} = A$$



روش دوم:

$$S_a = \frac{ABI}{R}$$

بدست آوردن T_n ها

$B = B_1 N$

با توجه به نوع زمین و خطر پذیری

$N =$

$B_1 =$ محاسبه می‌شود.

$$B_1 = \begin{cases} \text{---} & T_n < T_0 \\ S+1 & T_0 < T_n < T_s \\ (S+1)\left(\frac{T_s}{T_n}\right) & T_s < T_n \end{cases}$$

سپس $S_{a_n} = \frac{AB_nI}{R}$ محاسبه می‌شود.

$$u_n = \{\phi_n\} q_n(t) = \{\phi_n\} q_{n_{max}}$$

$$u_n = \{\phi_n\} \frac{S_{an}}{\omega_n^2} \times \left(\frac{L_n}{M_n}\right)$$

$$u_n = \{\phi_n\} \frac{L_n}{M_n} \times \left(\frac{T_n}{2\pi}\right)^2 \times S_{an}$$

$$F_n = [M]\{\bar{v}_n\} = [M]\{\Phi_n\}\bar{q}_n(t)$$

$$F_{n_{max}} = [M]\{\Phi_n\} \; S_{an} \times \frac{L_n}{M_n}$$

$$V_b = \{r\}^T [M]\{\Phi_n\} \; S_{an} \frac{L_n}{M_n}$$

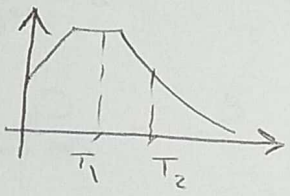
$$v_b = \frac{L_n^2}{M_n} S_{an}$$

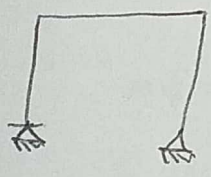
$$M_n^* = \frac{L_n^2}{M_n}$$ جرم مؤثر

$$\sum M_n^* = M$$ جرم کل

$$\sum \frac{L_n}{M_n} = 1$$

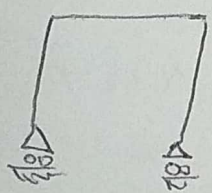
$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$$





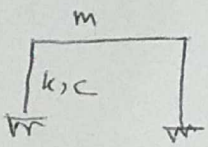
$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$$

$$k_2 < k_1 \rightarrow T_2 > T_1$$



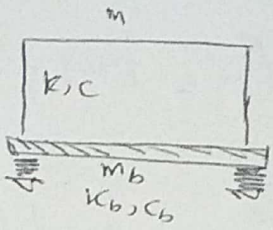
$$T_3 \rightarrow \infty \; , \; k_3 \rightarrow 0 \; \text{و} \; F \rightarrow 0$$

نیروی زلزله



$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_b}$$

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m+m_b}}$$



$$\xi_b = \frac{c_b}{2(m+m_b)\omega_b}$$

-0.0211
-0.0153
-0.0088
-0.0009
0.0081
0.0161
0.0206
0.0209
0.0177
0.012
0.0068
0.0043
0.0043
0.0057
0.0069
0.0077
0.0088
0.0095
0.009
0.0065
0.0018
-0.0035
-0.007
-0.0077
-0.0061
-0.0041
-0.002
0.0009
0.0038
0.006
0.0069
0.0058
0.0027
-0.0007
-0.0025
-0.0018
0.0012
0.0056
0.0105
0.0149
0.0175
0.0171
0.014
0.0097
0.0044
-0.0007
-0.0053
-0.009
-0.0121
-0.0148
-0.0176
-0.0211
-0.0246
-0.0268
-0.0268
-0.0246
-0.021
-0.0179
-0.0157
-0.0148
-0.013
-0.009
-0.0031
0.0047
0.0124
0.0174
0.0199
0.0202

مثال فرض کنید فرکانس نوسانه برابر با 15.7 و فرکانس تعادل جداساز برابر با 3.14 باشد: (دوره تناوب سازه برابر 0.4 و دوره تناوب جداساز شده برابر 2 است)

$$\omega_f = \frac{2\pi}{T_f} = \frac{2\pi}{0.4} = 15.7 = \sqrt{\frac{k}{m}} \longrightarrow k = 15.7^2\, m$$

$$\omega_b = \frac{2\pi}{T_b} = \pi = 3.14 = \sqrt{\frac{k_b}{m+m_b}} \qquad k_b = 3.14^2\left(m+\frac{2}{3}m\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} k = 15\, k_b \\ m = \frac{3}{2} m_b \end{cases} \rightarrow \frac{k}{m} = 10\,\frac{k_b}{m_b} \rightarrow \frac{k_b}{m_b} = \frac{1}{10}\,\frac{k}{m}$$

$$\omega_b^* = \frac{1}{\sqrt{10}}\,\omega_f = \frac{1}{\sqrt{10}} \times 15.7 = 4.965$$

ب) سازه بدون جداساز

$$T_f = \frac{2\pi}{\omega_f}, \quad \omega_f = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \xi_f = \frac{c}{2m\omega_f}$$

سازه جداساز دارای m_b, k_b

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_b}, \quad \omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m+m_b}}$$

$$\xi_b = \frac{c_b}{2(m+m_b)\omega_b}$$

فرض $T_f = 0.4$ $\quad \xi_f = 2\%$ $\quad m_b = \frac{2}{3}m$

$T_b = 2$ $\quad \xi_b = 10\%$

$$\rightarrow \quad c = 2m\omega_f \times 0.02 = 0.04 \times \left(\frac{3}{2}m_b\right) \times 15.7 =$$

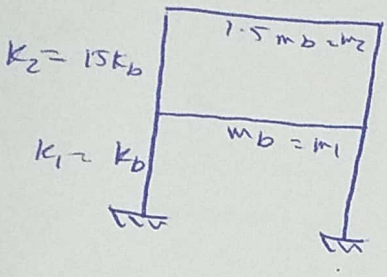
$$c = 0.942\, m_b$$

$$c_b = 2(m+m_b)\omega_b \times \xi_b = 0.2 \times 2.5\, m_b \times 3.14$$

$$= 1.57\, m_b$$

آشنایی با مفهوم جداسازی لرزه‌ای

مثال:



مطلوب است: پاسخ سیستم در برابر:
استفاده از روش تحلیل دینامیکی طیفی

$$[M] = \begin{bmatrix} m_b & 0 \\ 0 & 1.5m_b \end{bmatrix} \quad , \quad [K] = \begin{bmatrix} k_b + 15k_b & -15k_b \\ -15k_b & 15k_b \end{bmatrix}$$ محاسبات

$$[C] = \begin{bmatrix} c_b + c & -c \\ -c & c \end{bmatrix}$$

معادله: محاسبه فرکانس:

$$\left| [K] - [M]\omega^2 \right| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 16k_b - m_b\omega^2 & -15k_b \\ -15k_b & 15k_b - 1.5m_b\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(16k_b - m_b\omega^2)(15k_b - 1.5m_b\omega^2) - 225k_b^2 = 0$$

$$\omega_b^{*2} = \frac{k_b}{m_b} \rightarrow \left(16 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right)\left(15 - 1.5\frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) - 225 = 0$$

$$\rightarrow (16 - X^2)(15 - 1.5X^2) - 225 = 0$$

$X_1 = 0.390 \rightarrow \omega_1 = 0.625\omega_b^* \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2.024$

$X_2 = 25.609 \rightarrow \omega_2 = 5.06\omega_b^*$ محاسبه تغییر شکل خواهد بود

$\hookrightarrow T_2 = 0.25$

$$\rightarrow \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.04 \end{Bmatrix} \rightarrow$$

حرکت صلب
طبقه دوم: طبقه اول

$$\{\phi_2\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.640.6 \end{Bmatrix}$$

$$L_1 = \{\phi_1\}^T [M] = \sum m_i \phi_i = m_b \times 1 + 1.5 m_b \times 1.04 = 2.56 m_b$$

$$M_1 = \sum m_i \phi_i^2 = m_b \times 1^2 + 1.5 m_b \times 1.04^2 = 2.6224 m_b$$

$$\Gamma_1 = \frac{L_n}{M_n} = \frac{2.56 m_b}{2.6224 m_b} = 0.9762$$

$$M_1^* = \frac{L_1^2}{M_1} = \frac{2.56^2 m_b}{2.6224 m_b} = 2.4991 m_b$$ جرم مؤثر مدل

$$L_2 = m_b \times 1^2 + 1.5 m_b \times (-0.64.6) = 0.0391 m_b$$

$$M_2 = m_b \times 1^2 + 1.5 m_b \times (-0.64.6)^2 = 1.61555 m_b$$

$$\Gamma_2 = \frac{L_2}{M_2} = \frac{0.0391}{1.61555} = 0.0242$$

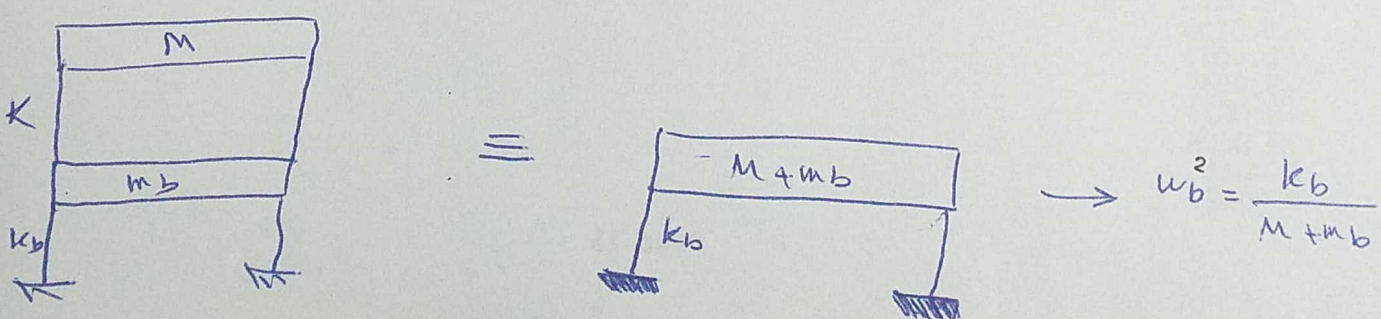
$$M_2^* = \frac{L_2^2}{M_2} = \frac{0.0391^2}{1.61555} = 0.00095$$

جرم کل $M = m_b + 1.5 m_b = 2.5 m_b$

$$\frac{M_1^*}{M} = 0.99964$$ ← درصد شرکت مدل

$$\frac{M_2^*}{M} = \frac{0.00095}{2.5} = 0.00036$$

چون حرکت روسازه به صورت صلب یا نزدیک به آن می‌توان در نظر گرفت



$$\rightarrow \omega_b^2 = \frac{k_b}{M + m_b}$$

$$\omega_1 = 0.625\, \omega_b^* = 0.625 \sqrt{\frac{k_b}{1.5 m_b + m_b}}$$,

$$\omega_b^2 = \sqrt{\frac{k_b}{1.5 m_b + m_b}} = \sqrt{\frac{1}{2.5} \frac{k_b}{m_b}} = 0.632 \sqrt{\frac{k_b}{m_b}}$$

وقتی فرض شود که دوره تناوب سازه جدا سازی شده بسیار بیشتر از (بیشتر از ۲ برابر)
سازه جدا شده باشد آنگاه سختی سازه اصلی یا روسازه بسیار زیاد تر از سختی جداساز
بوده و در نتیجه عملکرد یک سازه صلب را در برابر جداساز از خود نشان خواهد داد

بررسی اثر میرایی ←

$$[C] = \begin{bmatrix} C_b + C & -C \\ -C & +C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.512 & -0.942 \\ -0.942 & 0.942 \end{bmatrix} mb$$

$C = 0.942\ mb$

$C_b = 1.57\ mb$

$$C_1 = \{\phi\}_1^T [C] \{\phi\}$$

$$= \langle 1 \quad 1.04 \rangle \begin{bmatrix} 2.512 & -0.942 \\ -0.942 & 0.942 \end{bmatrix} mb \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.04 \end{Bmatrix}$$

$$C_1 = \langle 1.5323 \quad 0.03768 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.04 \end{Bmatrix} = 1.5715\ mb$$

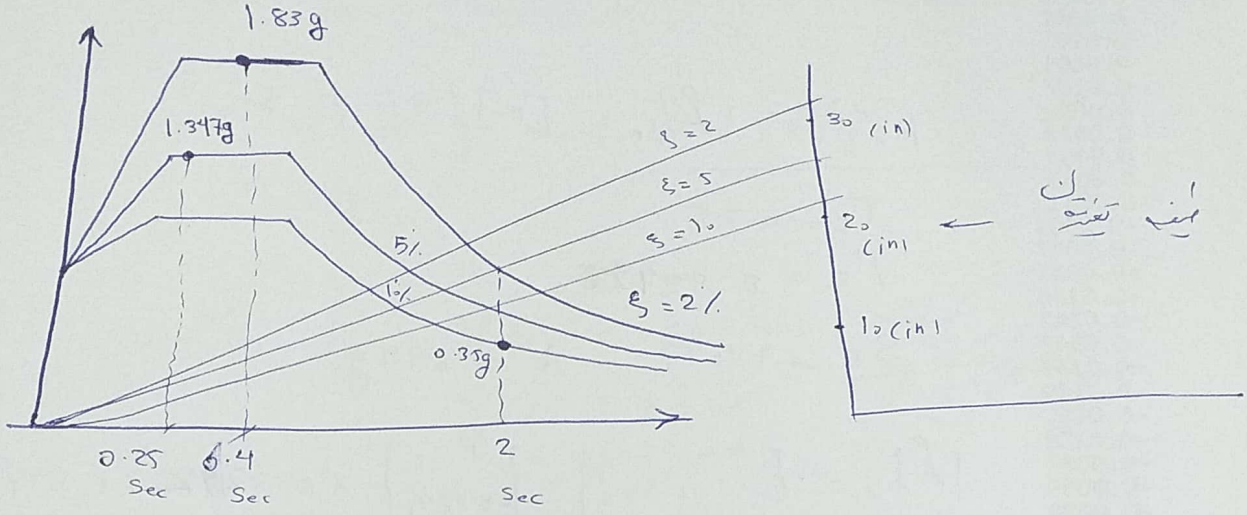
$$\xi_1 = \frac{C_1}{2 M_1 \omega_1} = \frac{1.5715\ mb}{2 \times 2.6224\ mb \times 3.1} = 0.0967 \simeq 9.67\%$$

$$C_2 = \langle 1 \quad -0.641 \rangle \begin{bmatrix} 2.512 & -0.942 \\ -0.942 & 0.942 \end{bmatrix} mb \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.641 \end{Bmatrix}$$

$$= \langle 3.1159 \quad -1.5458 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.641 \end{Bmatrix} = 4.107\ mb$$

$$\xi_2 = \frac{C_2}{2 M_2 \omega_2} = \frac{4.107\ mb}{2 \times 1.6155 \times 25.126 \times 4.1887} = 5.06\%$$

بررسی تاثیر برروی برش پایه :



پاسخ سازه در طبقه در مود اول و دوم

مود اول:

$T_1 = 2.024$, $L_1 = 2.56\, m_b$

$\xi_1 = 9.65$ $\quad \Gamma_1 = 0.9762$

$$\Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.04 \end{Bmatrix}$$

$$\longrightarrow S_a = \frac{A_n}{g} = 0.359$$

$$D = 14.39\ in$$

$$\{f_s\}_n = [M]\{\ddot{u}_n\} = [M] \times \{\Phi_n\} \Gamma_1 S_a = \begin{bmatrix} m_b & & \\ & 1.5m_b & \\ & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.04 \end{Bmatrix} \times 0.9762 \times \underbrace{0.359g}_{A_n}$$

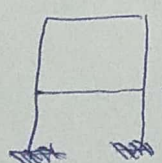
$$= \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.56 \end{Bmatrix} \times \Gamma_1 S_a m_b = \begin{Bmatrix} 0.651 \\ 1.015 \end{Bmatrix} m A_n$$

~~$V_b = 2.56 \times 0.35 mg = 0.896 mg$~~ $= 0.597 mg$ وزن

$1.015\, m A_n = 0.365\, mg = 0.365 w$

$0.651\, m A_n = 0.234\, mg = 0.34 g\, w$

مود اول



0.0093
0.0092
0.0102
0.0108
0.0107
0.0095
0.0076
0.0063
0.0053
0.0031
-0.0003
-0.0047
-0.0091
-0.0126
-0.0142
-0.0142
-0.0143
-0.0149
-0.015
-0.0128
-0.0087
-0.0059
-0.0058
-0.0058
-0.0048
-0.0039
-0.0033
-0.0024
-0.0003
0.0029
0.0069
0.0106
0.0121
0.0103
0.0044
-0.0054
-0.0147
-0.0208
-0.026
-0.0316
-0.0366
-0.0402
-0.0422
-0.0417
-0.0392
-0.0369
-0.0337
-0.0283
-0.0194
-0.0076
0.0061
0.0187
0.0301
0.0377
0.0393
0.0333
0.0185
-0.0008
-0.0127
-0.0153
-0.0137
-0.0049
0.0127
0.0243
0.027
0.0273
0.0242
0.0168

$\Gamma_n = \frac{\{\phi\}_n^T [m] \{r\}}{\{\phi\}_n^T [m] \{\phi\}_n}$: مودال

$T_2 = 0.25$

$\Gamma_2 = 0.0242$

$Sa = 1.347 - A = 1.347g$

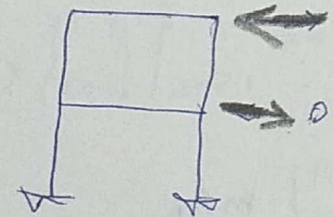
$$\{f\}_2 = \begin{bmatrix} m_b & \cdot \\ \cdot & 1.5m_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.641 \end{Bmatrix} \times 0.0242 \times 1.347g$$

$$= \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.9615 \end{Bmatrix} \times 0.0242 \times 1.347\, m_b g$$

$$= \begin{Bmatrix} 0.0242 \\ -0.0233 \end{Bmatrix} \times 1.347\, m_b g = \begin{Bmatrix} 0.0161 \\ -0.0155 \end{Bmatrix} m A_n$$

$$S_n = \Gamma_n \underset{\sim}{m} \underset{\sim}{\phi_n} = 0.0242 \begin{bmatrix} 2/3 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.641 \end{Bmatrix} m$$

$$= 0.0242 \begin{Bmatrix} 2/3 \\ -0.641 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0161 \\ -0.0155 \end{Bmatrix} m$$



$0.0155\, m A_n = 0.0209 mg = 0.0209W$

$0.0161\, m A_n = 0.0217W$

معادل برش پایه مودال $V_1 = 0.365W$

$V_2 = 0.021W$ $\rightarrow V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$

$= 0.365W$

برش پایه المانی

$$m\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -m\ddot{U}_g$$
$$\ddot{U} + 2\xi\omega_1\dot{U} + \omega^2 U = -\ddot{U}_g$$

تاریخچه زمانی

$T = 0.4$
$\xi = 0.2$ $\rightarrow$ $Sa = 1.83g$ $\rightarrow$ $V = 1.83g \times m = 1.83W$

$D = 4$ in

تاثیر جداساز $\rightarrow$ اثر بردی برش

$V_{\text{جداساز}} = 0.365W$

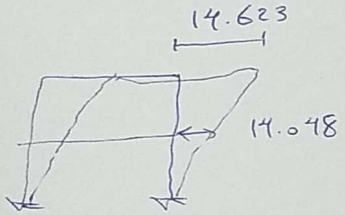
$V_{\text{المانی}} = 1.83W$

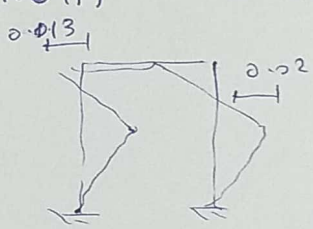
برش 5 برابر کوچکتر است $\rightarrow$

مود اول

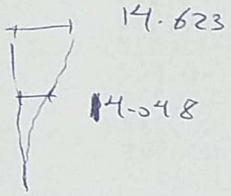
اثر بردی جابجایی $u_n = \{\phi\}_n \Gamma D$

$= \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.041 \end{Bmatrix} \times 0.9762 \times 14.39 = \begin{Bmatrix} 14.048 \\ 14.623 \end{Bmatrix}$





$\equiv$



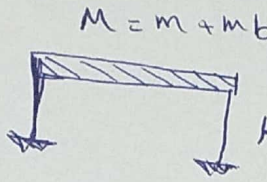
مود دوم $= \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.641 \end{Bmatrix} \times 0.0242 \times 0.823 = \begin{Bmatrix} 0.02 \\ -0.013 \end{Bmatrix}$ in

جابجایی جداساز 14.6 in

در تراز طبقه

4 in $\approx$ 5 برابر بزرگ

بدون جداساز



تقریب سازه صلب:

$$T_b = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_b}{k_b}} \quad , \quad \omega_b = \frac{2\pi}{T_b}$$

$$\xi_b = \frac{c_b}{2(m+m_b)\omega_b}$$

مدل

$T_1 = 2.02$

$\xi = 9.65$

$A = 0.359$

$D = 14.39$ in

$\begin{cases} T_b = 2(s) \\ \xi_b = 10\% \end{cases} \longrightarrow$ $D = 14.36$ in

$A = 0.35g$

برش پایه در سازه صلب

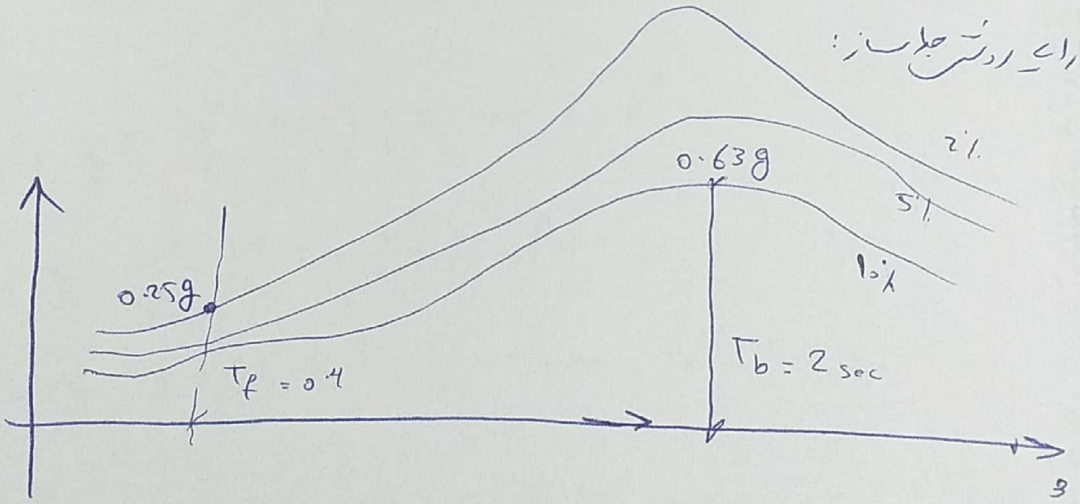
$V_b = 0.35\,mg$ $\approx$ $V = 1.015 \times 0.359\,mg$

$V = 0.365\,mg$

برش پایه در مجموعه سازه جداساز

$V_b = 0.35(m+m_b)g$

طیف ارتش جداساز:



$A(T_b, \xi_b) = 0.63g$

$A(T_f, \xi_f) = 0.25g$ $\longrightarrow$ $\frac{A(T_b, \xi_b)}{A(T_f, \xi_f)} = 2.52$